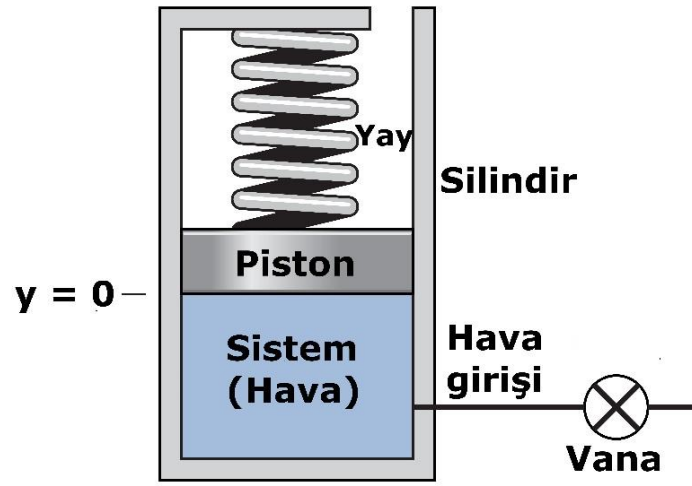


**Soru** Şekil ile verilen ve dikey olarak konumlandırılmış sürtünmesiz piston-silindir düzeneğinin içinde “sistem” olarak “hava” vardır. Kütleli **9.95 kg** olarak verilen pistonun üst tarafına doğrusal bir yay bağlanmıştır. Doğrusal yayın bağlandığı pistonun üst tarafı atmosfere açık durumdadır ve atmosfer basıncı **100 kPa** olarak verilmiştir. Başlangıçta yani  $y = 0$  m olarak verilen konumda yay pistonu herhangi bir kuvvet uygulamamaktadır. Silindire bağlı boru üzerinde yer alan vana açılarak silindir içindeki hava hacminin  **$4.2 \times 10^{-4} \text{ m}^3$**  kadar artması sağlanmaktadır. Silindir içindeki havanın hacmi arttıkça piston pozitif  $y$  yönünde hareket etmekte ve yayın pistonu uyguladığı doğrusal kuvvet;  $F_{\text{yay}} = k\Delta y$  şeklinde değişmektedir. Piston ile silindir yüzeyi arasındaki sürtünme kuvveti göz önüne alınmayacaktır. Bu çerçevede, (a) piston başlangıç konumundayken silindir içindeki havanın piston iç yüzeyine uyguladığı basıncı [**kPa**] olarak hesaplayınız. (b) Piston son konumuna ulaştığında silindir içindeki havanın piston iç yüzeyine uyguladığı basıncı [**kPa**] olarak hesaplayınız. [Yay sabiti olan  $k$  değeri **10500 N/m** olarak, pistonun çapı **0.32 m** olarak ve yerçekimi ivmesi olan  $g$  değeri  **$9.81 \text{ m/s}^2$**  olarak alınabilir].



**Çözüm** Vana kapalı iken piston-silindir düzeneği “kapalı sistem” olarak değerlendirilebilir. Vana açılıp içeriye bir miktar hava girişi olduğu zaman aralığında ise piston-silindir düzeneği “açık sistem” olarak ele alınabilir. Bunun yanında vana tekrar kapandığında sistem yine “kapalı sistem” olacaktır. Burada sistem, piston-silindir düzeneği içindeki havadır. Bu sorunun çözümü sadece **kuvvet dengesi analizi** içerdiğinden dolayı [herhangi bir termodinamik analiz (enerji, entropi veya ekserji analizi) içermediğinden dolayı] çözümü sistemin türü etkilememektedir. Aksi söylenmedikçe piston-silindir düzenekleri sürtünmesiz ve sanki-dengeli sistem olarak değerlendirilecektir.

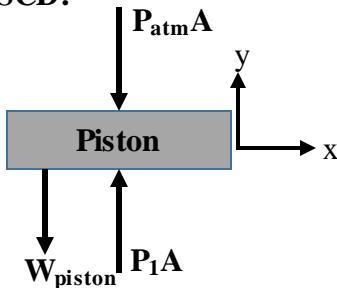
**Verilenler**

- Atmosferik basınç:  $P_{\text{atm}} = 100 \text{ kPa} = 100000 \text{ Pa}$
- Doğrusal yay kuvveti:  $F_{\text{yay}} = k\Delta y$
- Yay sabiti:  $k = 10500 \text{ N/m}$
- Pistonun kütlesi:  $m = 9.95 \text{ kg}$
- Pistonun çapı:  $D = 0.32 \text{ m}$
- Yerçekimi ivmesi:  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$
- Hava hacmindeki değişim:  $\Delta V = 4.2 \times 10^{-4} \text{ m}^3$

**Kabuller** Dikey piston-silindir düzeneği sürtünmesizdir.  
Yay kuvveti doğrusal olarak değişmektedir.  
 $y = 0$  m konumunda yay pistonu herhangi bir kuvvet uygulamamaktadır.

**Çözüm** Başlangıçta vana kapalıdır ve kapalı bir sistem olan piston-silindir düzeneği içinde bir miktar hava vardır.  $y = 0$  m konumunda yay pistonu herhangi bir kuvvet uygulamamakta ve piston havanın üzerinde “**hareketsiz**” olarak “**denge halinde**” durmaktadır. Denge halinde  $y$  yönündeki kuvvetlerin toplamı Newton’un birinci yasası gereği sıfıra eşit olmalıdır. Kuvvet dengesine ait serbest cisim diyagramı (SCD) aşağıda verildiği gibi çizilebilir ve pistonun yüzey alanı “A” olarak alınıp-sistemin basıncı ( $P_1$  basıncı) aşağıda verildiği gibi hesaplanabilir:

**SCD:**



$$\sum F_y = 0 \text{ N} \rightarrow F_{\text{hava}} - W_{\text{piston}} - F_{\text{atm}} = 0 \text{ N}$$

$$\text{Havanın uyguladığı kuvvet: } F_{\text{hava}} = P_1 A \text{ (N)}$$

$$\text{Pistonun ağırlığı: } W_{\text{piston}} = mg \text{ (N)}$$

$$\text{Atmosfer basıncının uyguladığı kuvvet: } F_{\text{atm}} = P_{\text{atm}} A \text{ (N)}$$

$$\sum F_y = 0 \text{ N} \rightarrow P_1 A = mg + P_{\text{atm}} A$$

$$P_1 = \frac{mg}{A} + P_{\text{atm}} \text{ (Pa)}$$

$$\text{Pistonun yüzey alanı hesabı: } A = \frac{\pi D^2}{4} \text{ (m}^2\text{)} \rightarrow A = \frac{\pi(0.32 \text{ m})^2}{4} = 0.08 \text{ m}^2$$

$$\text{Piston ağırlığı hesabı: } W_{\text{piston}} = mg = (9.95 \text{ kg})(9.81 \text{ m/s}^2) = 97.61 \text{ N}$$

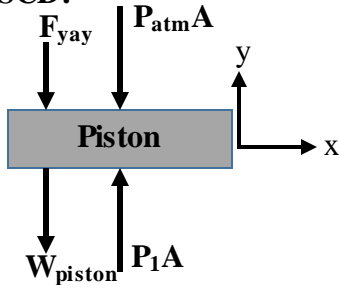
Piston başlangıç konumundayken silindir içindeki havanın piston iç yüzeyine uyguladığı basınç hesabı:

$$P_1 = \frac{mg}{A} + P_{\text{atm}} = \frac{W_{\text{piston}}}{A} + P_{\text{atm}} = \frac{97.61 \text{ N}}{0.08 \text{ m}^2} + 100000 \text{ Pa} = 101220.125 \text{ Pa} = 101.22 \text{ kPa}$$

**(a) Yay kuvvetinin sıfır olduğu durumda havanın pistonun yüzeyine uyguladığı basınç değeri 101.22 kPa olarak bulunmuştur.**

Sisteme hava girişi olduktan sonra son durumda hacim başlangıç durumuna göre artmış olacaktır. Hacim artışı ile piston yukarı doğru hareket edecek ve yayı sıkıştıracaktır. Bu durumda yayın pistonun yüzeyine uygulayacağı kuvvetin de dikkate alınması gerekecektir. Denge halinde ulaşıldığında  $y$  yönündeki kuvvetlerin toplamı Newton’un birinci yasası gereği sıfıra eşit olacağından dolayı, kuvvet dengesine ait serbest cisim diyagramı (SCD) aşağıda verildiği gibi çizilebilir ve pistonun yüzey alanı “A” olarak alınıp-sistemin basıncı ( $P_1$  basıncı) aşağıda verildiği gibi hesaplanabilir:

SCD:



$$\sum F_y = 0 \text{ N} \rightarrow F_{\text{hava}} - W_{\text{piston}} - F_{\text{atm}} - F_{\text{yay}} = 0 \text{ N}$$

$$\text{Havanın uyguladığı kuvvet: } F_{\text{hava}} = P_1 A \text{ (N)}$$

$$\text{Pistonun ağırlığı: } W_{\text{piston}} = mg \text{ (N)}$$

$$\text{Atmosfer basıncının uyguladığı kuvvet: } F_{\text{atm}} = P_{\text{atm}} A \text{ (N)}$$

$$\text{Yayın uyguladığı kuvvet: } F_{\text{yay}} = k\Delta y \text{ (N)}$$

$$\sum F_y = 0 \text{ N} \rightarrow P_1 A = mg + P_{\text{atm}} A + k\Delta y$$

$$P_1 = \frac{mg}{A} + P_{\text{atm}} + \frac{k\Delta y}{A} \text{ (Pa)}$$

Yayın pistonu uyguladığı kuvvet  $F_{\text{yay}} = k\Delta y$  (N) olarak verilmiştir ve bu sorudaki kuvvetler dikey y yönünde değişmektedir. Son durumundaki  $P_1$  basıncını bulabilmek için  $\Delta y$  değerinin saptanması gerekmektedir. Başlangıçta  $y = 0$  m olarak alınmıştır ve piston pozitif y ordinatı yönünde hareket ettiği için hacim artışı çerçevesinde  $y > 0$  olacaktır. Bu durumda yay bir miktar sıkıştırılacaktır. Hacim artışı mertebesine bağlı olarak  $\Delta y$  değeri aşağıda verildiği gibi hesaplanabilir:

Hava hacmindeki değişim,  $\Delta V = A\Delta y$  ( $\text{m}^3$ ) eşitliği ile hesaplanabilir. A yüzey alanı üzerinde yay  $\Delta y$  kadar sıkıştırılmıştır. Bu durumda  $\Delta y = \frac{\Delta V}{A}$  (m) olmaktadır.

$$\Delta y = \frac{\Delta V}{A} = \frac{\Delta V}{(\pi D^2 / 4)} = \frac{4(4.2 \times 10^{-4} \text{ m}^3)}{\pi(0.32 \text{ m})^2} = 5.22 \times 10^{-3} \text{ m}$$

Piston son konumuna ulaştığında silindir içindeki havanın piston iç yüzeyine uyguladığı basınç hesabı:

$$P_1 = \frac{mg}{A} + P_{\text{atm}} + \frac{k\Delta y}{A} = \frac{W_{\text{piston}}}{A} + P_{\text{atm}} + \frac{k\Delta y}{A}$$

$$P_1 = \frac{97.61 \text{ N}}{0.08 \text{ m}^2} + 100000 \text{ Pa} + \frac{(10500 \text{ N/m})(5.22 \times 10^{-3} \text{ m})}{0.08 \text{ m}^2}$$

$$P_1 = 101905,25 \text{ Pa} = 101.91 \text{ kPa}$$

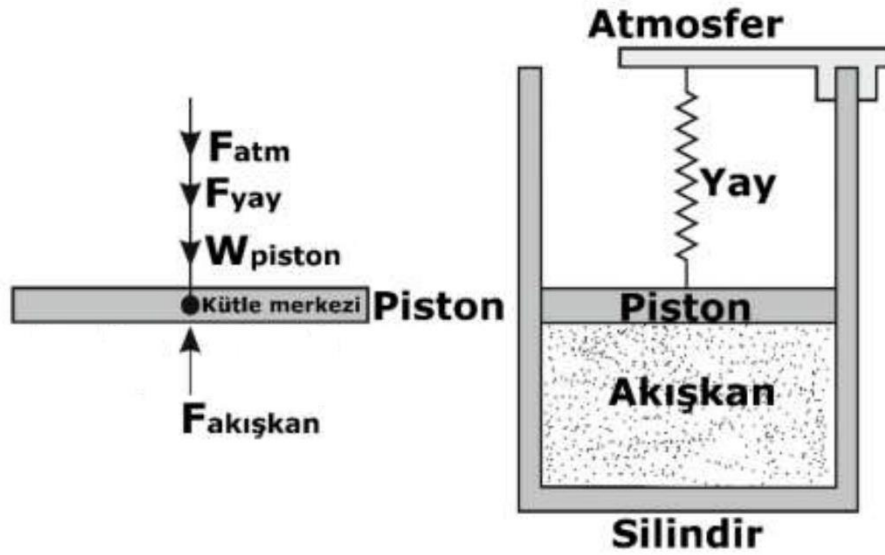
**(b) Yay kuvvetinin sıfırdan farklı olduğu durumda havanın pistonun yüzeyine uyguladığı basınç değeri 101.91 kPa olarak bulunmuştur.**

**Bilgi:** Yukarıda verilen eşitlik içindeki " $k\Delta y / A$ " ifadesindeki alan (A) piston çapı (D) cinsinden düzenlenebilir ve  $P_1$  basıncı için aşağıda verilen eşitlik elde edilebilir:

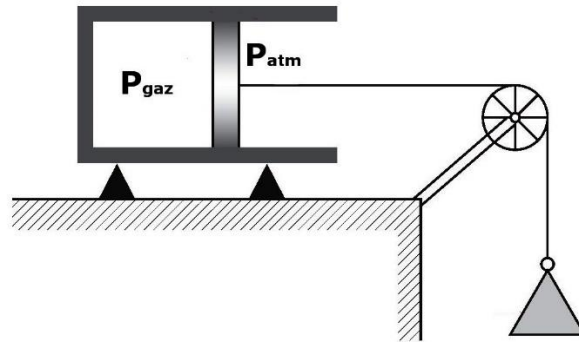
$$\frac{k\Delta y}{A} = \frac{k \frac{\Delta V}{A}}{A} = k \frac{\Delta V}{A^2} = k \frac{\Delta V}{(\pi D^2 / 4)^2} = \frac{16 k\Delta V}{\pi^2 D^4} = (1.62114) \frac{k\Delta V}{D^4} \left( \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \right)$$

$$P_1 = \frac{W_{\text{piston}}}{A} + P_{\text{atm}} + \frac{k\Delta y}{A} = \frac{4W_{\text{piston}}}{\pi D^2} + P_{\text{atm}} + (1.62114) \frac{k\Delta V}{D^4} \text{ (Pa)}$$

**Önemli Not:** Serbest cisim diyagramı, incelenen malzemenin üzerine etki eden kuvvetleri veya basınçları göstermek için kullanılan önemli bir diyagramdır ve mekanik ile ilgili kitaplarda ayrıntılı olarak ele alınır. İncelenen malzeme homojen bir malzeme ise kuvvetlerin bileşkeleri malzemenin kütle merkezine etki eder. Örneğin piston malzemesinin ağırlığı, homojen malzemenin tam ortasında bulunan kütle merkezi göz önüne alınarak değerlendirilir. Basıncın oluşturduğu kuvvetler ise yatay yüzeyin her noktasına eşit olarak etki eder. Bileşke basınç kuvveti ise kütle merkezine etki eder. Sorularda yer alan yay kuvveti veya diğer kuvvetler de kütle merkezine etki eder. Özellikle moment alınması gerektiğinde kütle merkezine etki eden kuvvetler dikkate alınır. Bu kitapta şematik olarak verilen serbest cisim diyagramlarında şekilde karışıklık oluşmasını diye kuvvetler sadece yönleri dikkate alınarak gösterilmiştir. Eğer soruda özel bir durum yoksa her bileşke kuvvetlerin kütle merkezine etki edeceği göz önüne alınmalıdır. Dikey bir piston-silindir düzeneğinde pistonun kütle merkezine etki eden bileşke kuvvetlere ait serbest cisim diyagramı aşağıda verildiği gibi gösterilebilir:



**Soru** Şekil ile verilen ve yatay olarak konumlandırılmış sürtünmesiz piston-silindir düzeneğinin içinde “sistem” olarak  $220^{\circ}\text{C}$  sıcaklıkta “hava” vardır. Pistonun dış yüzeyine bağlı cismin kütlesi  $m = 12 \text{ kg}$ , atmosfer basıncı  $100 \text{ kPa}$ , pistonun kütlesi  $10 \text{ kg}$  ve pistonun çapı  $10 \text{ cm}$  ise (a) piston-silindir düzeneği içindeki havanın (sistemin) basıncını [ $\text{kPa}$ ] olarak belirleyiniz. (b) Piston-silindir düzeneği içinde hava yerine hidrojen gazı konuluyor. Bu durumda piston-silindir düzeneği içindeki hidrojenin (sistemin) basıncını [ $\text{kPa}$ ] olarak hesaplayınız.



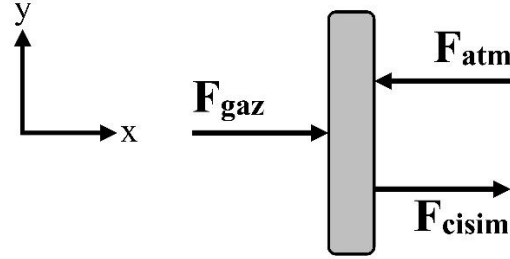
**Çözüm** Bu sorudaki piston-silindir düzeneği “kapalı sistem” olarak alınacaktır. Burada sistem, piston-silindir düzeneği içindeki gazdır (havadır). Sürtünmesiz piston-silindir düzeneği yatay olarak konumlandırıldığı için pistonun ağırlığı ( $W_{\text{piston}}$ ) eşitliklerde yer almayacaktır. Pistona etki edecek tüm kuvvetler yatay yönde olduğundan ve pistonun ağırlığının yönü yerçekimi ivmesi yönünde (dikey yönde) olacağından dolayı, sürtünmesiz piston-silindir düzeneğinde bu ağırlığın kuvvet hesaplarına etkisi olmayacaktır.

**Verilenler** Atmosferik basınç:  $P_{\text{atm}} = 100 \text{ kPa} = 100000 \text{ Pa}$   
Pistona bağlı cismin kütlesi:  $m = 12 \text{ kg}$   
Pistonun kütlesi:  $m_p = 10 \text{ kg}$   
Pistonun çapı:  $D = 10 \text{ cm} = 0.10 \text{ m}$

**Kabuller** Yatay piston-silindir düzeneği sürtünmesizdir.  
Yatay piston-silindir düzeneğinde pistonun ağırlığı dikkate alınmayacaktır.  
Yerçekimi ivmesi:  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$

**Çözüm** Piston-silindir düzeneği içinde gaz olarak “hava” vardır ve pistona uygulanan kuvvetler kapsamında sistem şekil ile verildiği gibi “hareketsiz” olarak “denge halinde” durmaktadır. Denge halinde x yönündeki kuvvetlerin toplamı Newton’un birinci yasası gereği sıfıra eşit olmalıdır. Kuvvet dengesine ait serbest cisim diyagramı (SCD) aşağıda verildiği gibi çizilebilir ve pistonun yüzey alanı “A” olarak alınıp-sistemin basıncı ( $P_1$  basıncı) aşağıda verildiği gibi hesaplanabilir:

**SCD:**



$$\sum F_x = 0 \text{ N} \rightarrow F_{\text{gaz}} - F_{\text{atm}} + F_{\text{cisim}} = 0 \text{ N}$$

Gaz olarak alınan havanın uyguladığı kuvvet:

$$F_{\text{gaz}} = P_1 A \text{ (N)}$$

Atmosfer basıncının uyguladığı kuvvet:

$$F_{\text{atm}} = P_{\text{atm}} A \text{ (N)}$$

Cismin uyguladığı kuvvet:  $F_{\text{cisim}} = mg \text{ (N)}$

$$\sum F_x = 0 \text{ N} \rightarrow P_1 A + mg = P_{\text{atm}} A$$

$$P_1 + \frac{mg}{A} = P_{\text{atm}} \text{ (Pa)}$$

Pistonun dış yüzeyine bağlı cismin pistona uyguladığı kuvvet serbest cisim diyagramında gösterildiği gibi yatay yöndedir (pozitif x yönündedir).

$$\text{Pistonun yüzey alanı hesabı: } A = \frac{\pi D^2}{4} \text{ (m}^2\text{)} \rightarrow A = \frac{\pi(0.10 \text{ m})^2}{4} = 0.007854 \text{ m}^2$$

$$\text{Cismin uyguladığı kuvvetin hesabı: } F_{\text{cisim}} = mg = (12 \text{ kg})(9.81 \text{ m/s}^2) = 117.72 \text{ N}$$

Piston-silindir düzeneği içindeki havaya ait basınç hesabı aşağıda verildiği gibidir:

$$P_1 = P_{\text{atm}} - \frac{mg}{A} = P_{\text{atm}} - \frac{F_{\text{cisim}}}{A}$$

$$P_1 = (100000 \text{ Pa}) - \frac{117.72 \text{ N}}{0.007854 \text{ m}^2} = 85011.46 \text{ Pa} = 85.01 \text{ kPa}$$

**(a) Piston-silindir düzeneği içindeki havanın basıncı 85.01 kPa olarak bulunmuştur.**

Piston-silindir düzeneği içinde hava yerine hidrojen olsaydı sonuç değişmezdi. Çünkü yukarıda yapılan hesaplardan da görülebileceği gibi piston-silindir düzeneği içinde gazın cinsi sonucu etkilememektedir.

**(b) Piston-silindir düzeneği içinde hava yerine hidrojen olsaydı basıncın değeri yine 85.01 kPa olarak bulunurdu.**